

# COURS DE MATH DÉVELOPPEMENT

# Matériel

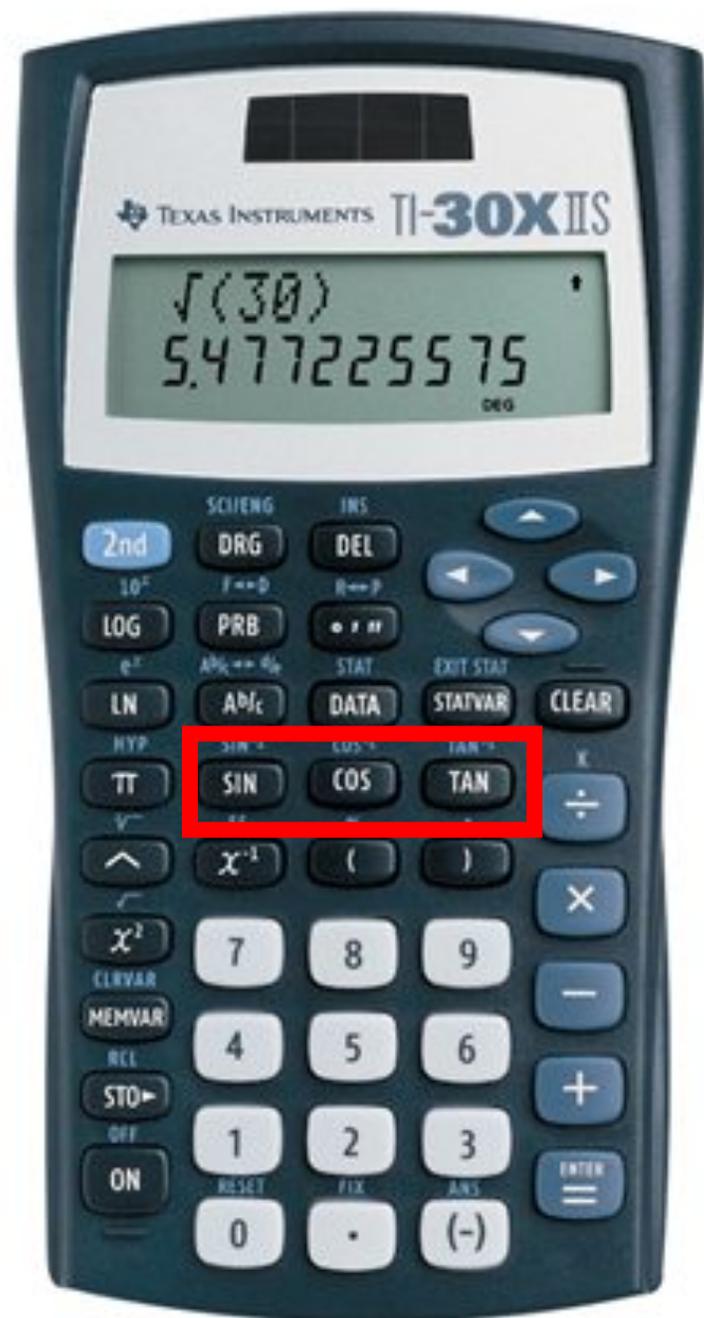
- Cahier d'exercice  
—> **A doubler pour jeudi prochain**
- Livret du cours  
—> **A garder en bon état jusqu'à la fin de l'année**
- Calculatrice  
—> **Indispensable**
- Matériel de géométrie  
—> **Indispensable**

COURS DE MATH  
DÉVELOPPEMENT

# TRIGONOMÉTRIE

# DÉFINITION

- La **trigonométrie** (du grec τρίγωνος / trígonos, « triangulaire », et μέτρον / métron, « mesure ») est une branche des mathématiques qui traite des **relations entre distances et angles** dans les triangles et des fonctions trigonométriques telles que sinus, cosinus et tangente.



# TRIGONOMÉTRIE DANS LE TRIANGLE RECTANGLE

# 1. Introduction

La **trigonométrie** est la partie des mathématiques qui fait le lien entre les **mesures des angles** des triangles rectangles et les **longueurs de leurs côtés**.

Les formules de trigonométrie permettent :

1. De calculer **les longueurs des deux autres côtés** d'un triangle rectangle lorsqu'on connaît la longueur d'un côté et les mesures d'au moins deux angles.
2. De calculer **les mesures des deux angles** autres que l'angle droit si on connaît les longueurs d'au moins deux côtés.

## 2. Histoire

Le mot « **trigonométrie** » vient du grec et signifie « mesure des triangles »; c'est donc l'art de mesurer les angles.

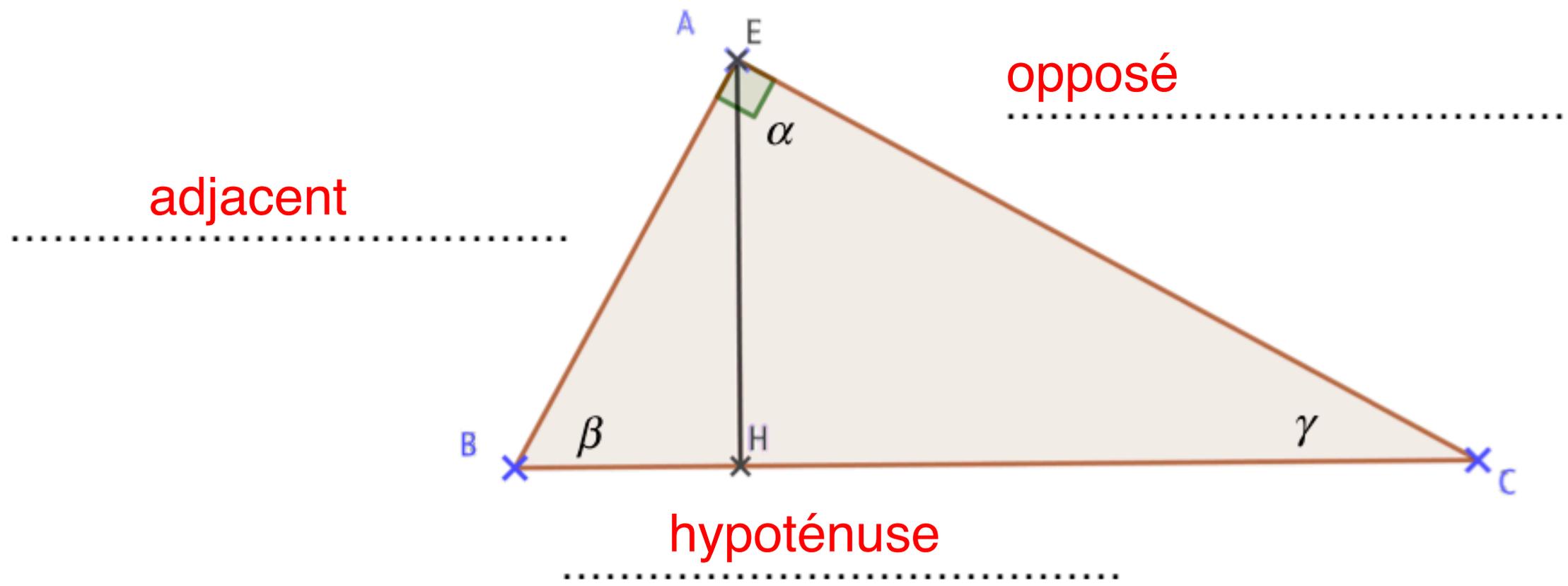
La trigonométrie a été d'abord associée à l'astronomie, le besoin d'une telle science est apparu pour calculer les distance des planètes au Soleil.

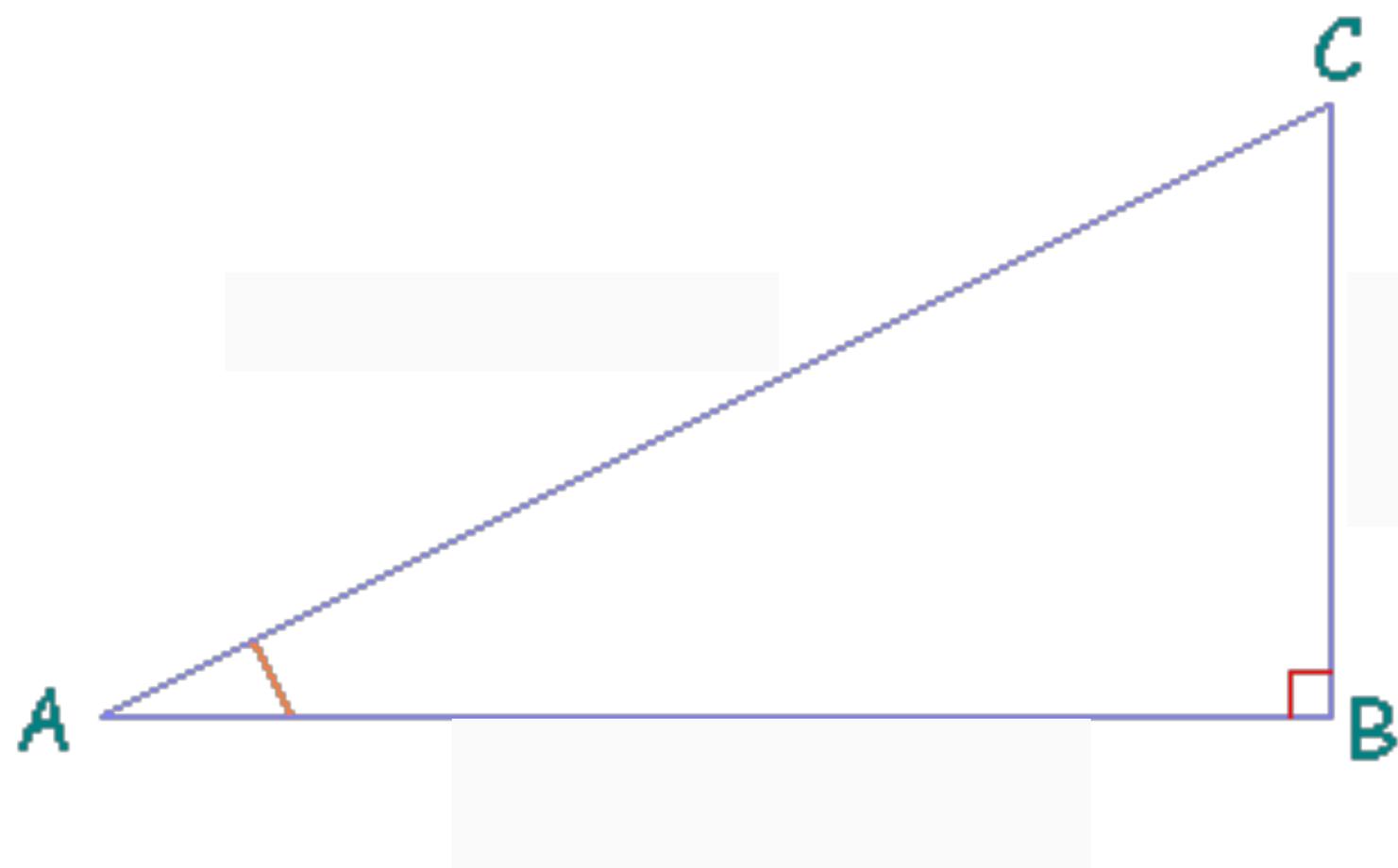
L'astronomie grec Hipparque qui a vécu au IIe siècle avant JC, a fondé la trigonométrie et a calculé les premières tables trigonométriques dans le but de prédire des phénomènes astronomiques réguliers. Il a mis au point une méthode pour mesurer le rapport des distances entre la Terre, la Lune et le Soleil.

### 3.1. Vocabulaire

ABC rectangle en A,

on se place dans une premier temps au niveau de l'angle  $\widehat{ABC}$ :





### 3.2. Formules de trigonométrie

Pour l'angle $\beta$ :	Pour l'angle $\gamma$ :
$\sin(\beta) = \frac{AC}{BC} = \dots \frac{\textit{opposé}}{\textit{hypoténuse}} \dots$	$\sin(\gamma) = \frac{AB}{BC} = \dots \frac{\textit{opposé}}{\textit{hypoténuse}} \dots$
$\cos(\beta) = \frac{AB}{BC} = \dots \frac{\textit{adjacent}}{\textit{hypoténuse}} \dots$	$\cos(\gamma) = \frac{AC}{BC} = \dots \frac{\textit{adjacent}}{\textit{hypoténuse}} \dots$
$\tan(\beta) = \frac{AC}{AB} = \dots \frac{\textit{opposé}}{\textit{adjacent}} \dots$	$\tan(\gamma) = \frac{AB}{AC} = \dots \frac{\textit{opposé}}{\textit{adjacent}} \dots$

Moyen mnémotechnique pour retenir les formules :

$\cos(\beta) = \textit{adhyp} \dots$	$\sin(\beta) = \textit{opp hyp} \dots$	$\tan(\beta) = \textit{oppad} \dots$
--------------------------------------	--	--------------------------------------

## Exercice 1 : Utilisation de la calculatrice

**ATTENTION** la calculatrice  
doit être configurée en  
degré

a) sinus

a) $\sin(30^\circ) =$		i) $\sin(31^\circ) =$	
b) $\sin(45^\circ) =$		j) $\sin(145^\circ) =$	
c) $\sin(68,5^\circ) =$		k) $\sin(6,5^\circ) =$	
d) $\sin(179^\circ) =$		l) $\sin(279^\circ) =$	
e) $\sin(50^\circ) =$		m) $\sin(450^\circ) =$	
f) $\sin(280^\circ) =$		n) $\sin(80^\circ) =$	
g) $\sin(360^\circ) =$		o) $\sin(180^\circ) =$	
h) $\sin(90^\circ) =$		p) $\sin(120^\circ) =$	

# EXERCICE 1 A), CORRECTION

a) $\sin(30^\circ) =$	0,5	i) $\sin(31^\circ) =$	0,52
b) $\sin(45^\circ) =$	0,71	j) $\sin(145^\circ) =$	0,57
c) $\sin(68,5^\circ) =$	0,93	k) $\sin(6,5^\circ) =$	0,11
d) $\sin(179^\circ) =$	0,02	l) $\sin(279^\circ) =$	-0,99
e) $\sin(50^\circ) =$	0,77	m) $\sin(450^\circ) =$	1
f) $\sin(280^\circ) =$	-0,98	n) $\sin(80^\circ) =$	0,98
g) $\sin(360^\circ) =$	0	o) $\sin(180^\circ) =$	0
h) $\sin(90^\circ) =$	1	p) $\sin(120^\circ) =$	0,87

# EXERCICE 1 B)

b) cosinus

a) $\cos(30^\circ) =$		i) $\cos(31^\circ) =$	
b) $\cos(45^\circ) =$		j) $\cos(145^\circ) =$	
c) $\cos(68,5^\circ) =$		k) $\cos(6,5^\circ) =$	
d) $\cos(179^\circ) =$		l) $\cos(279^\circ) =$	
e) $\cos(50^\circ) =$		m) $\cos(450^\circ) =$	
f) $\cos(280^\circ) =$		n) $\cos(80^\circ) =$	
g) $\cos(360^\circ) =$		o) $\cos(180^\circ) =$	
h) $\cos(90^\circ) =$		p) $\cos(120^\circ) =$	

# EXERCICE 1 B), CORRECTION

a) $\cos(30^\circ) =$	0,87	i) $\cos(31^\circ) =$	0,86
b) $\cos(45^\circ) =$	0,71	j) $\cos(145^\circ) =$	-0,82
c) $\cos(68,5^\circ) =$	0,37	k) $\cos(6,5^\circ) =$	0,99
d) $\cos(179^\circ) =$	- 0,99	l) $\cos(279^\circ) =$	0,16
e) $\cos(50^\circ) =$	0,64	m) $\cos(450^\circ) =$	0
f) $\cos(280^\circ) =$	0,17	n) $\cos(80^\circ) =$	0,17
g) $\cos(360^\circ) =$	1	o) $\cos(180^\circ) =$	-1
h) $\cos(90^\circ) =$	0	p) $\cos(120^\circ) =$	-0,5

# EXERCICE 1 C)

a)  $\tan(230^\circ) =$

b)  $\tan(5^\circ) =$

c)  $\tan(8,5^\circ) =$

d)  $\tan(17^\circ) =$

e)  $\tan(345^\circ) =$

f)  $\tan(28^\circ) =$

i)  $\tan(131^\circ) =$

j)  $\tan(15^\circ) =$

k)  $\tan(85,5^\circ) =$

l)  $\tan(29^\circ) =$

m)  $\tan(150^\circ) =$

n)  $\tan(70^\circ) =$

# EXERCICE 1 C), CORRECTION

a) $\tan(230^\circ) =$	1,19	i) $\tan(131^\circ) =$	-1,15
b) $\tan(5^\circ) =$	0,09	j) $\tan(15^\circ) =$	0,27
c) $\tan(8,5^\circ) =$	0,15	k) $\tan(85,5^\circ) =$	13,62
d) $\tan(17^\circ) =$	0,31	l) $\tan(29^\circ) =$	0,55
e) $\tan(345^\circ) =$	-0,27	m) $\tan(150^\circ) =$	-0,58
f) $\tan(28^\circ) =$	0,53	n) $\tan(70^\circ) =$	2,75

# EXERCICE 2

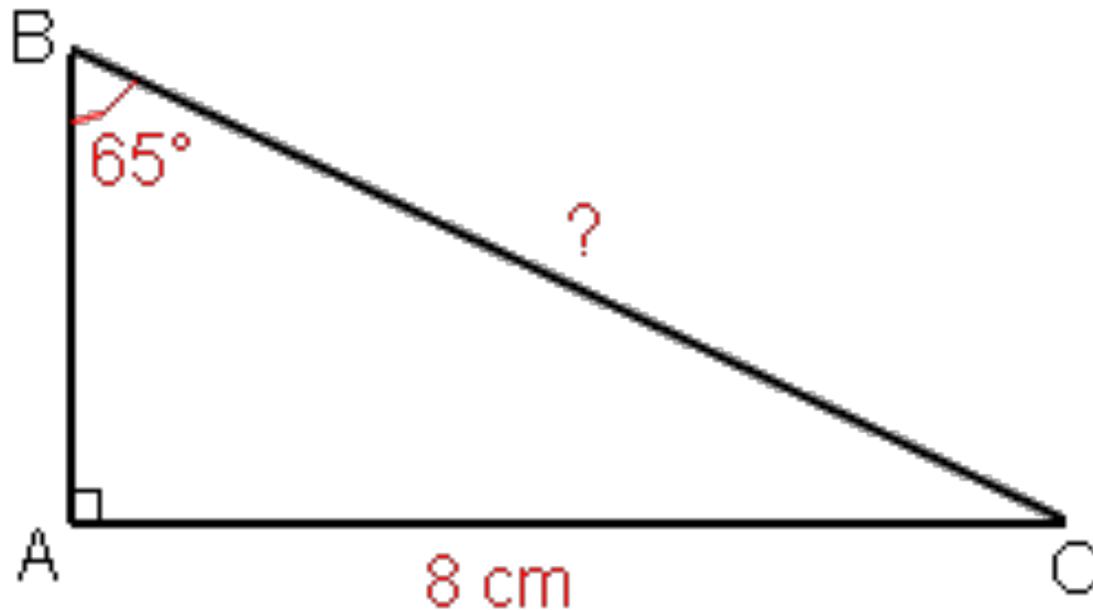
a) $\cos(\dots) =$	0,82	h) $\tan(231^\circ) =$	
b) $\cos(68,5^\circ) =$		i) $\cos(6,5^\circ) =$	
c) $\tan(\dots) =$	1	j) $\tan(29^\circ) =$	
e) $\sin(\dots) =$	0,86	k) $\sin(14^\circ) =$	
e) $\tan(\dots) =$	1,73	l) $\tan(360^\circ) =$	
f) $\cos(\dots) =$	2	m) $\sin(\dots) =$	0
g) $\sin(\dots) =$	-0,17	n) $\cos(\dots) =$	0

# EXERCICE 2, *CORRECTION*

a) $\cos(34,9^\circ) =$	0,82	h) $\tan(231^\circ) =$	1234
b) $\cos(68,5^\circ) =$	0,367	i) $\cos(6,5^\circ) =$	0,994
c) $\tan(45^\circ) =$	1	j) $\tan(29^\circ) =$	0,554
e) $\sin(59,3^\circ) =$	0,86	k) $\sin(14^\circ) =$	0,242
e) $\tan(60^\circ) =$	1,73	l) $\tan(360^\circ) =$	0
f) $\cos(\text{impossible}) =$	2	m) $\sin(90^\circ) =$	0
g) $\sin(-9,78^\circ) =$	-0,17	n) $\cos(90^\circ) =$	0

# EXERCICE 3, CORRECTION

a) Calcule la longueur du côté BC



BC = hypoténuse

$$\sin(65) = \frac{AC}{BC}$$

$$\sin(65) = \frac{8}{x} \quad | \cdot x$$

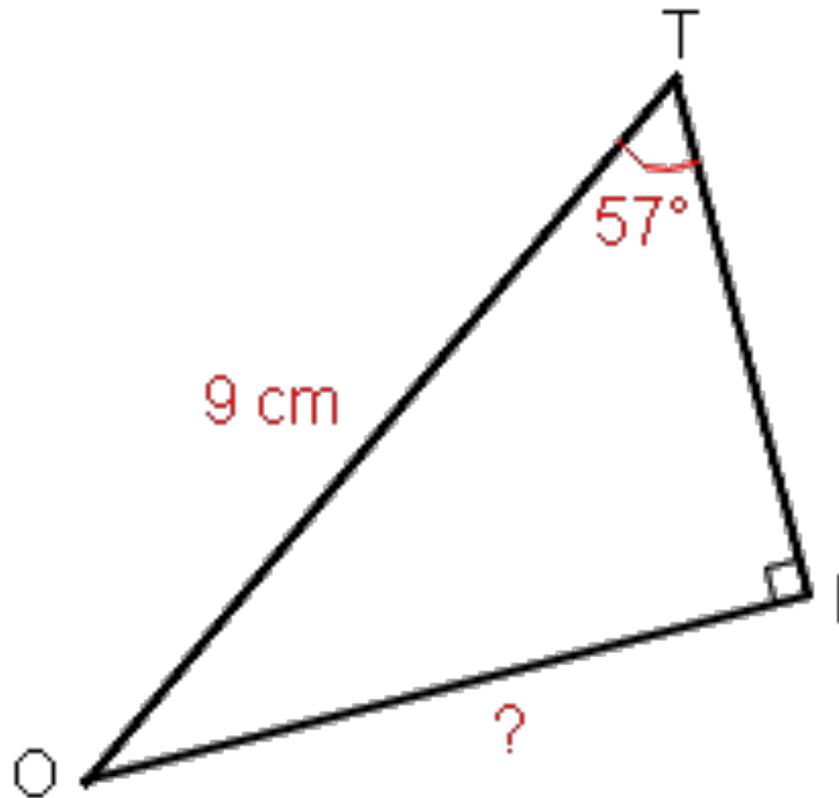
$$x \cdot \sin(65) = 8 \quad | : \sin(65)$$

$$x = \frac{8}{\sin(65)}$$

$$x = 8,83 \text{ cm}$$

# EXERCICE 3, CORRECTION

b) Calcule la longueur du côté OI



OI = opposé  
OT = adjacent

$$\sin(57) = \frac{OI}{OT}$$

$$\sin(57) = \frac{x}{9} \quad | \cdot 9$$

$$9 \cdot \sin(57) = x$$

$$x = 7,55 \text{ cm}$$

# EXERCICE 4, *CORRECTION*

Construis un triangle dont les côtés mesurent 3 cm, 4 cm, 5 cm.

Calcule la valeur des angles.

$AB = 3$   $AC = 4$   $BC = 5$  (hypoténuse)

1 angle vaut  $90^\circ$

$$\sin^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) \approx 53,13^\circ$$

$$\sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) \approx 36,87^\circ$$

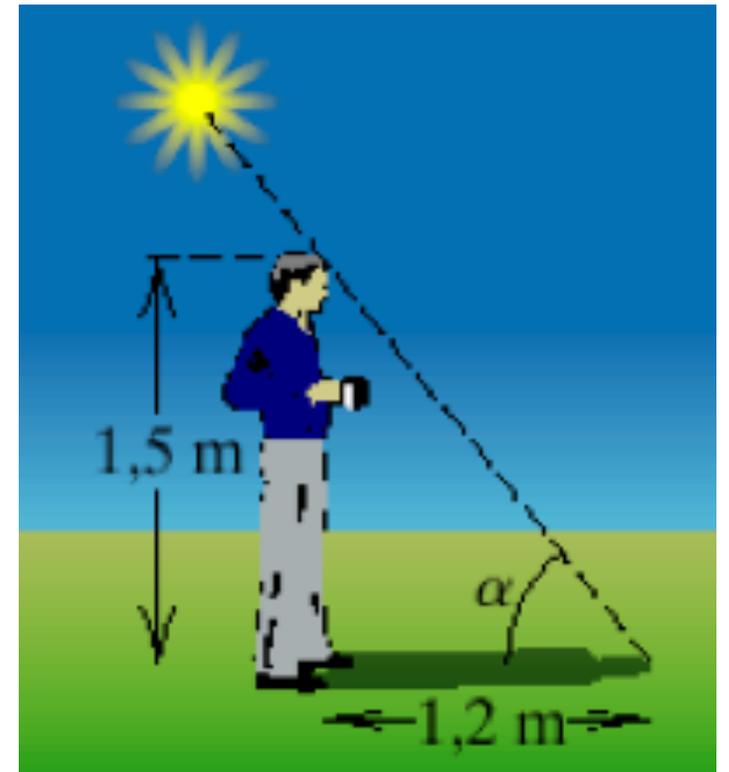
# EXERCICE 5, *CORRECTION*

Calcule l'angle d'élévation du soleil, si une personne haute de 1,5 m projette une ombre de 1,2 m de long sur le sol.

$$\tan(\alpha) = \frac{1,5}{1,2}$$

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{1,5}{1,2}\right)$$

$$\alpha = 51,34^\circ$$



# EXERCICE 6, CORRECTION

La figure représente une partie d'un plan de toboggan de piscine. Détermine la longueur totale du toboggan au centimètre près.

$$\sin(25) = \frac{5}{x}$$

$$x = \frac{5}{\sin(25)}$$

$$x \approx 11,83$$

$$\tan(25) = \frac{5}{x_1}$$

$$x_1 = \frac{5}{\tan(25)}$$

$$x_1 \approx 10,72$$

$$\sin(35) = \frac{5}{x}$$

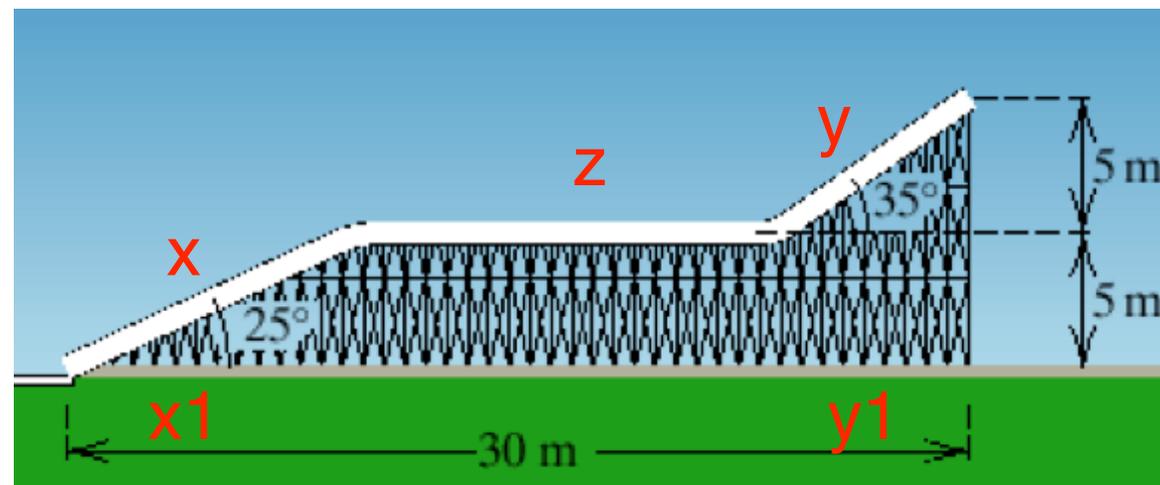
$$x = \frac{5}{\sin(35)}$$

$$x \approx 8,72$$

$$\tan(35) = \frac{5}{y_1}$$

$$y_1 = \frac{5}{\tan(35)}$$

$$y_1 \approx 7,14$$



$$z \approx 30 - 10,72 - 7,14 = 12,14$$

$$L = 12,14 + 11,83 + 8,72 = 32,69$$

# EXERCICE 7, *CORRECTION*

L'ouvrage le plus haut que l'homme n'ait jamais construit dans le monde est une tour de télévision sise près de Fargo, dans le Dakota du Nord.

D'une distance au sol de 1,6 km, son angle d'élévation est de  $21,34^\circ$ .

*Détermine sa hauteur au mètre près.*

$$\tan(21,34) = \frac{x}{1600}$$

$$x = \tan(21,34) \cdot 1600$$

$$x \approx 625,1m$$

# EXERCICE 8, CORRECTION

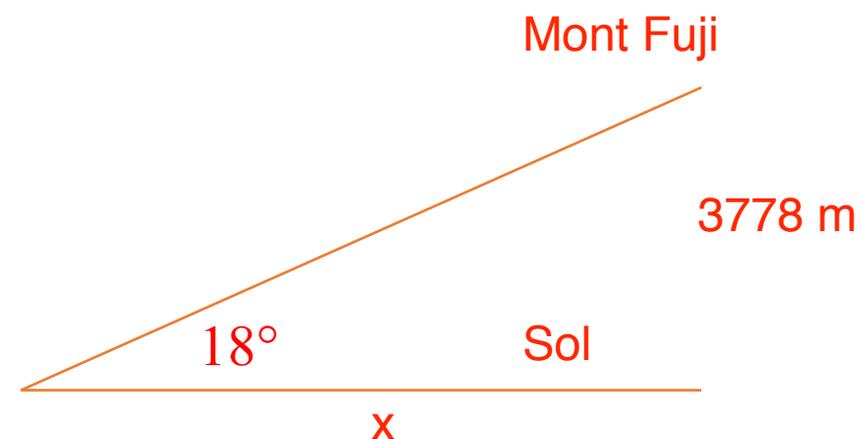
Le sommet du Mont Fuji, au Japon, culmine à 3778 m. Un étudiant en trigonométrie, à des kilomètres de là, remarque que l'angle entre le sol et le sommet du volcan est de  $18^\circ$ .

*Calcule la distance (à vol d'oiseau) de l'étudiant au sommet du Mont Fuji.*

$$\tan(18) = \frac{3778}{x}$$

$$x = \frac{3778}{\tan(18)}$$

$$x \approx 11627,49m$$



# EXERCICE 10, CORRECTION

Donne des approximations à trois chiffres significatifs des angles et longueurs du

triangle suivant :

$$\sin(40) = \frac{H}{6}$$

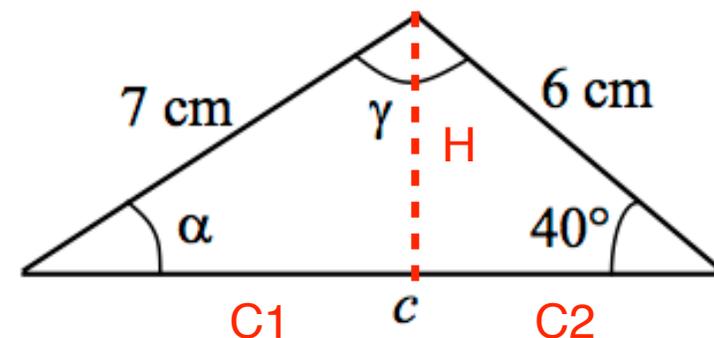
$$H = \sin(40) \cdot 6$$

$$H \approx 3,86$$

$$\sin(\alpha) = \frac{H}{7}$$

$$\alpha \approx \sin^{-1}\left(\frac{3,86}{7}\right)$$

$$\alpha \approx 33,47$$



$$\cos(40) = \frac{C2}{6}$$

$$C2 = \cos(40) \cdot 6$$

$$C2 = 4,6$$

$$\cos(33,47) = \frac{C1}{7}$$

$$C1 = \cos(33,47) \cdot 7$$

$$C1 \approx 5,84$$

$$180 = \alpha + \gamma + 40$$

$$\gamma = 180 - 40 - \alpha$$

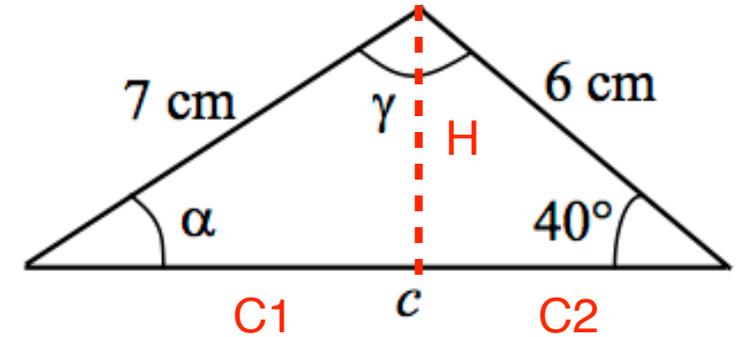
$$\gamma = 180 - 40 - 33,47$$

$$\gamma = 106,53$$

$$c = C1 + C2$$

$$c = 5,84 + 4,6$$

$$c = 10,44$$



# EXERCICE 11, CORRECTION

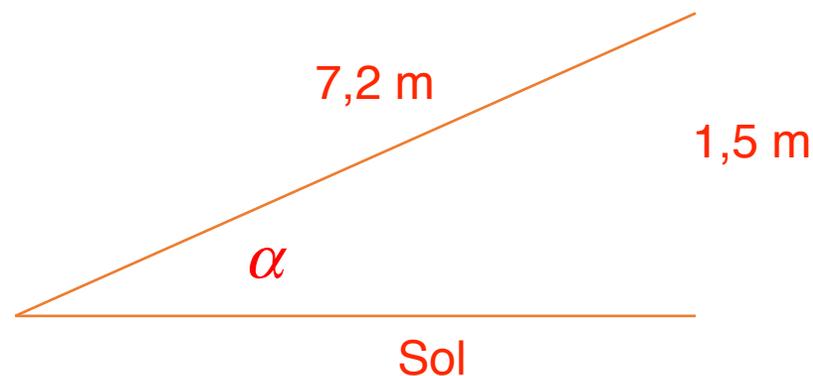
Un constructeur désire ériger une rampe de 7,2 m de long qui atteigne une hauteur de 1,5 m par rapport au sol.

*Calcule l'angle que la rampe devrait faire avec l'horizontale.*

$$\sin(\alpha) = \frac{1,5}{7,2}$$

$$\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{1,5}{7,2}\right)$$

$$\alpha = 12,02$$



# Consigne de travail

Sur une feuille (marge de 5 carrés)

Réaliser l'exercice 12, 13, 15, 16

Vous avez 45' minutes à disposition.

Je ramasse les feuilles en fin de période.

# EXERCICE 12, CORRECTION

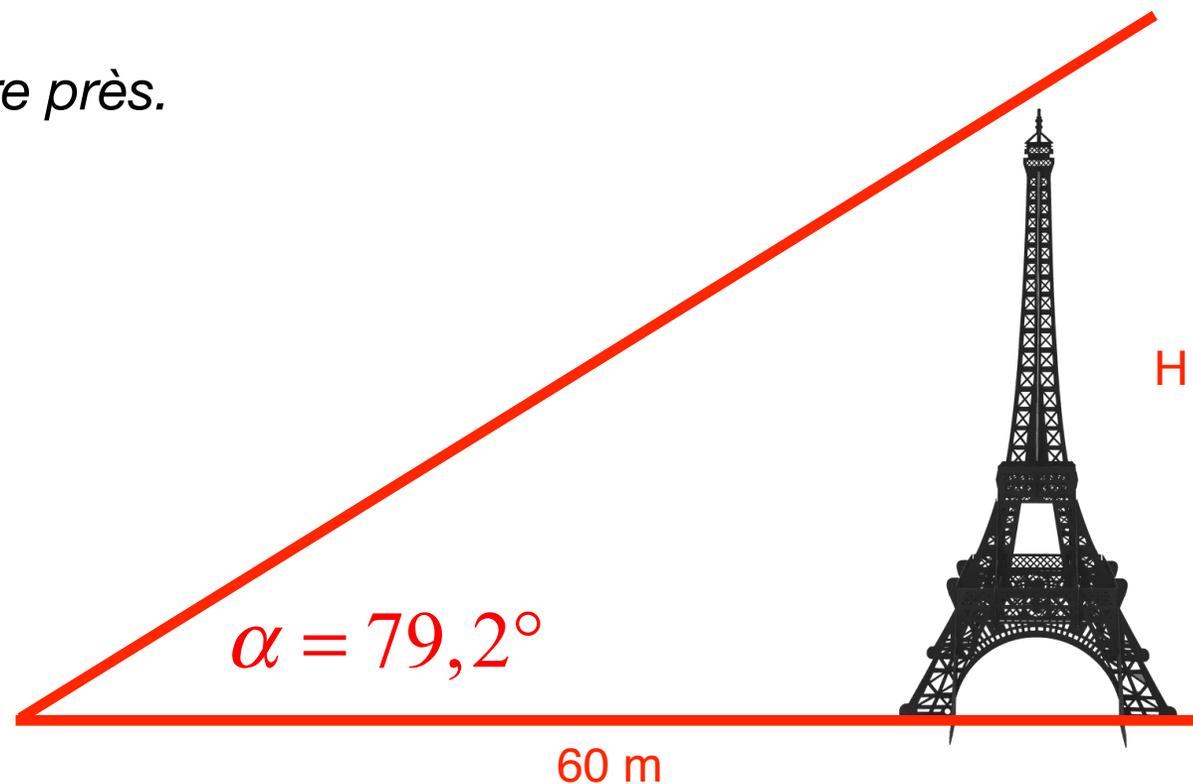
Quand le sommet de la tour Eiffel est vu d'une distance de 60 m de sa base, l'angle d'élevation est de  $79,2^\circ$ .

Calcule la hauteur de la tour Eiffel au mètre près.

$$\tan(79,2) = \frac{H}{60}$$

$$H = 60 \cdot \tan(79,2)$$

$$H = 315m$$



# EXERCICE 13, CORRECTION

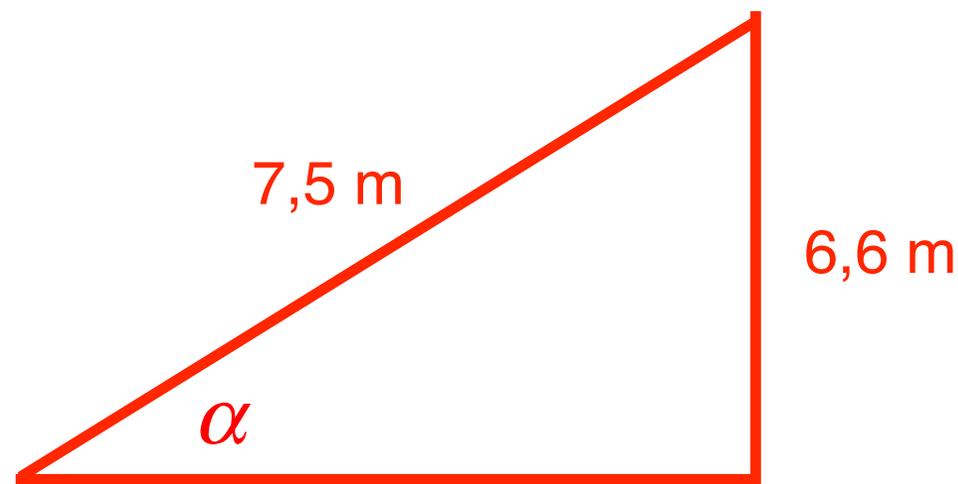
Une échelle de 7,5 m de longueur est appuyée contre un mur. Elle atteint une hauteur de 6,6 m

*Quel angle fait-elle avec le sol ?*

$$\sin(\alpha) = \frac{6,6}{7,5}$$

$$\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{6,6}{7,5}\right)$$

$$\alpha = 61,64^\circ$$



# EXERCICE 14, *CORRECTION*

Un téléphérique se déplace à une vitesse moyenne de 7 m/s et la durée est de 4 minutes et 20 secondes.

Lorsque, de la station inférieure, on regarde la station supérieure, le rayon visuel fait un angle de  $19^\circ$  avec l'horizontale.

*Quelle est l'altitude de la station supérieure, si la station inférieure est à 1315 m.*

# EXERCICE 14, CORRECTION

Un téléphérique se déplace à une vitesse moyenne de 7 m/s et la durée est de 4 minutes et 20 secondes.

Lorsque, de la station inférieure, on regarde la station supérieure, le rayon visuel fait un angle de  $19^\circ$  avec l'horizontale.

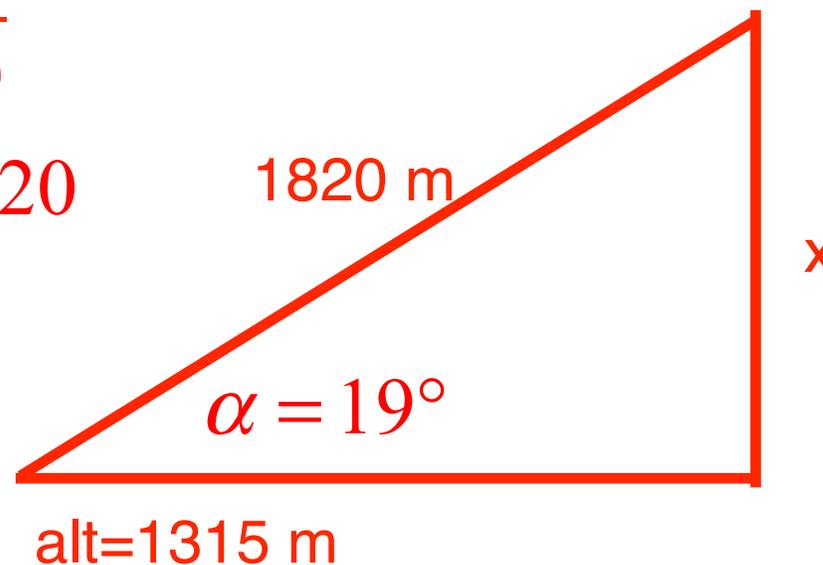
*Quelle est l'altitude de la station supérieure, si la station inférieure est à 1315 m.*

D	7	1820
T	1	260

$$\sin(19) = \frac{x}{1820}$$

$$x = \sin(19) \cdot 1820$$

$$x = 592,53$$



L'altitude finale est de  $1315 + 592 = 1907 \text{ m}$

# EXERCICE 15, CORRECTION

Le côté d'un losange ABCD mesure 7,5 cm et l'une de ses diagonales mesure 12 cm.

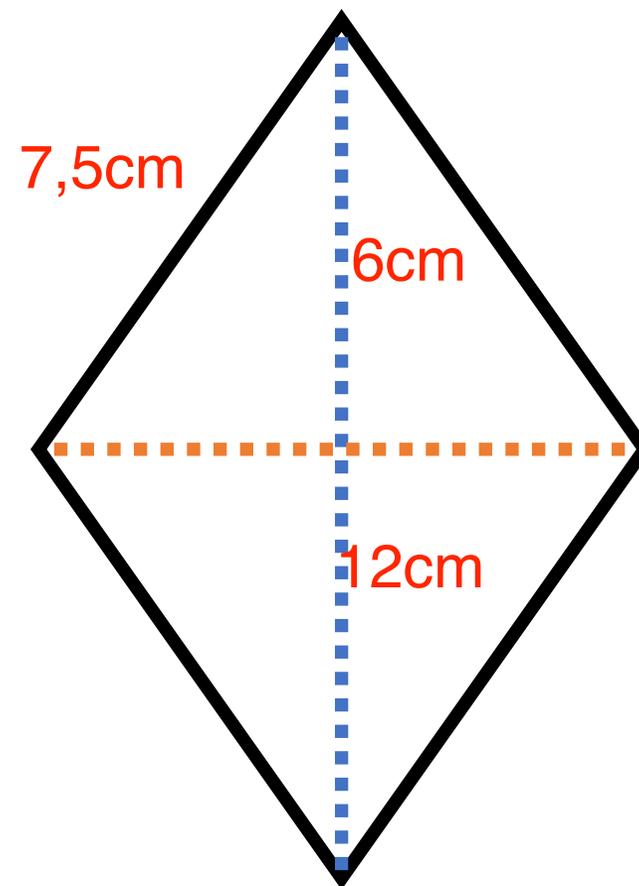
Quel est le périmètre de ce losange ? Et son aire ?

$$P = 4 \cdot 7,5 = 30 \text{ cm}$$

$$\frac{d}{2} = \sqrt{7,5^2 - 6^2} = 4,5$$

$$d = 4,5 \cdot 2 = 9$$

$$A = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{9 \cdot 12}{2} = 54 \text{ cm}^2$$



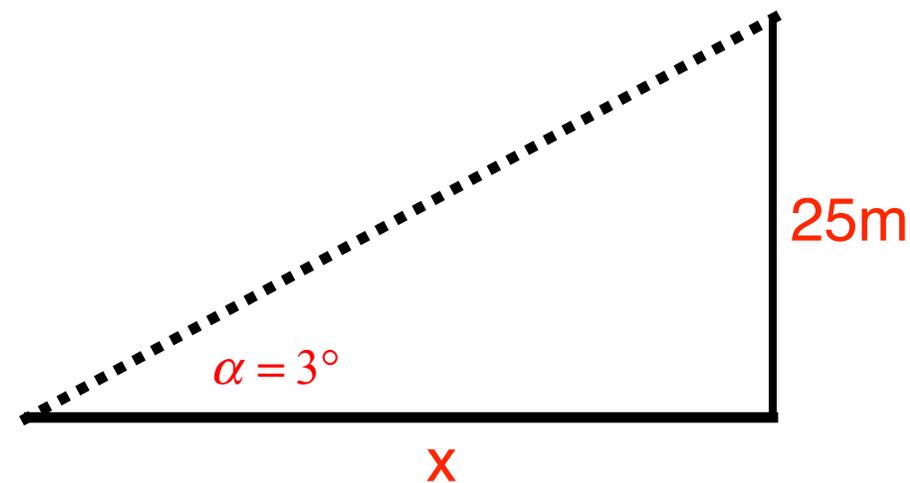
# EXERCICE 16, CORRECTION

Jack traverse le lac de Thoun à la rame, en direction de Gwatt. Muni de son sextant, il croit distinguer un phare d'une hauteur de 25 m, sous un angle de  $3^\circ$ .

*Quelle distance lui reste-t-il à parcourir à la force de ses biceps avant d'atteindre la rive ?*

$$\tan(3) = \frac{25}{x}$$

$$x = \frac{25}{\tan(3)} \approx 477 \text{ m}$$



# EXERCICE 17, CORRECTION

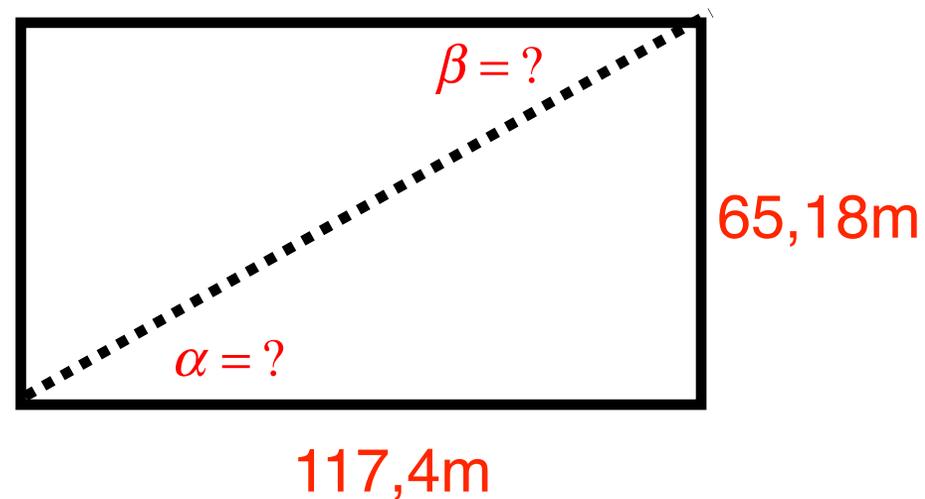
Un rectangle a pour dimensions 117,4 m et 65,18 m.

*Combien mesurent les angles formés par les diagonales et les côtés ?*

$$\tan(\alpha) = \frac{65,18}{117,4}$$

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{65,18}{117,4}\right) \simeq 29,04^\circ$$

$$\beta = 90 - 29,04 = 60,96^\circ$$



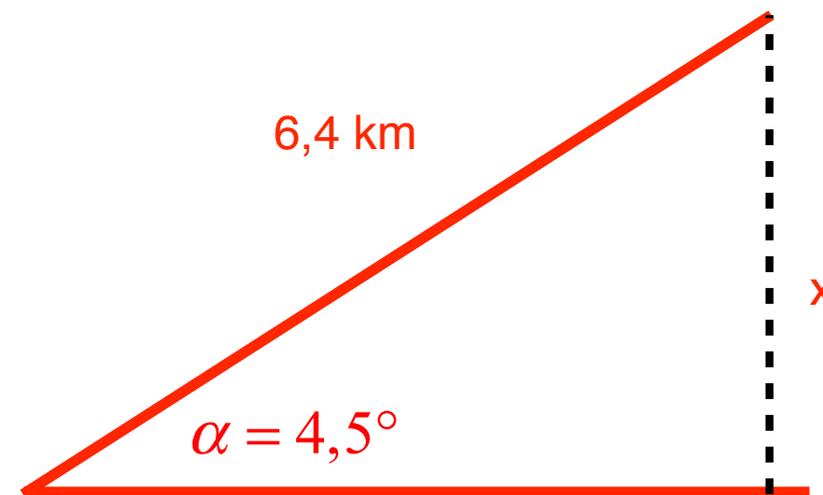
# EXERCICE 18, CORRECTION

Une route s'élève régulièrement en formant avec l'horizontale un angle de  $4,5^\circ$ .

Quelle est la dénivellation le long d'un parcours de 6,4 km ?

$$\sin(4,5) = \frac{x}{6,4}$$

$$x = \sin(4,5) \cdot 6,4 \simeq 29,04^\circ$$



# \*EXERCICE 19, CORRECTION

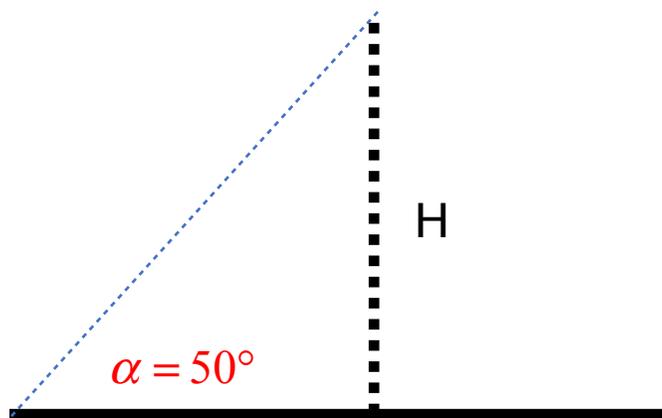
Un bassin carré à 12m de côté. Au centre se trouve un jet d'eau, dont l'extrémité vue de l'un des sommets du carré, apparaît sous un angle d'élévation de  $50^\circ$ .

Quelle est la hauteur du jet d'eau ?\*

$$x = \sqrt{12^2 + 12^2}$$
$$x = 16,97m$$

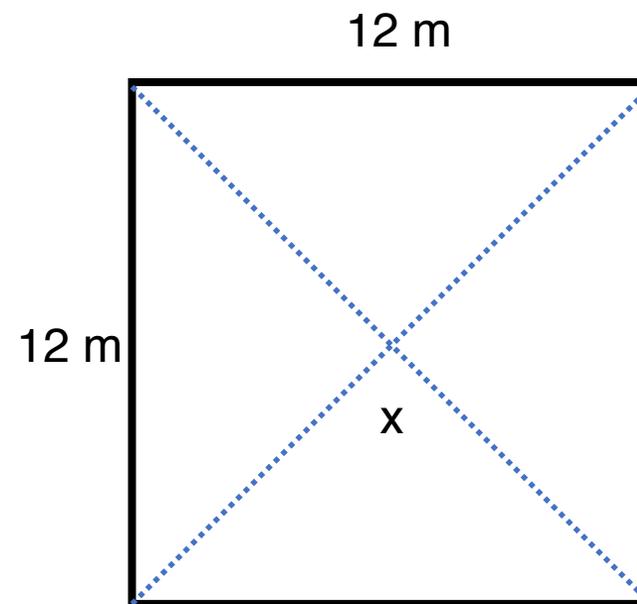
$$\tan(50) = \frac{H}{16,97 : 2}$$

$$H = \tan(50) \cdot 16,97 : 2$$
$$= 10,11m$$



x = diagonale

**Vue de face**



**Vue de dessus**

# \*EXERCICE 21, CORRECTION

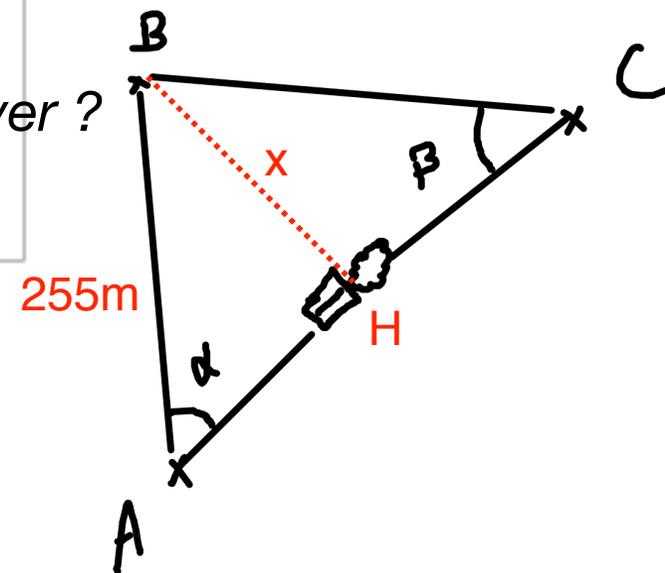
Un géomètre doit déterminer la distance de A à C. Sur le terrain, un bâtiment situé entre ce deux points l'empêche d'utiliser son ruban métrique.

Il effectue alors 3 mesures :

- en visant le point B, depuis A et C, il obtient :  $\alpha = 32^\circ$  et ;  $\beta = 38^\circ$

- à l'aide d'un ruban métrique, il trouve  $AB = 255$  m.

Comment va-t-il alors déterminer la distance AC et que va-t-il trouver ?



# \*EXERCICE 21, CORRECTION

Un géomètre doit déterminer la distance de A à C. Sur le terrain, un bâtiment situé entre ce deux points l'empêche d'utiliser son ruban métrique.

Il effectue alors 3 mesures :

- en visant le point B, depuis A et C, il obtient :  $\alpha = 32^\circ$  et ;  $\beta = 38^\circ$

- à l'aide d'un ruban métrique, il trouve  $AB = 255$  m.

Comment va-t-il alors déterminer la distance AC et que va-t-il trouver ?

$$\sin(32) = \frac{x}{255}$$

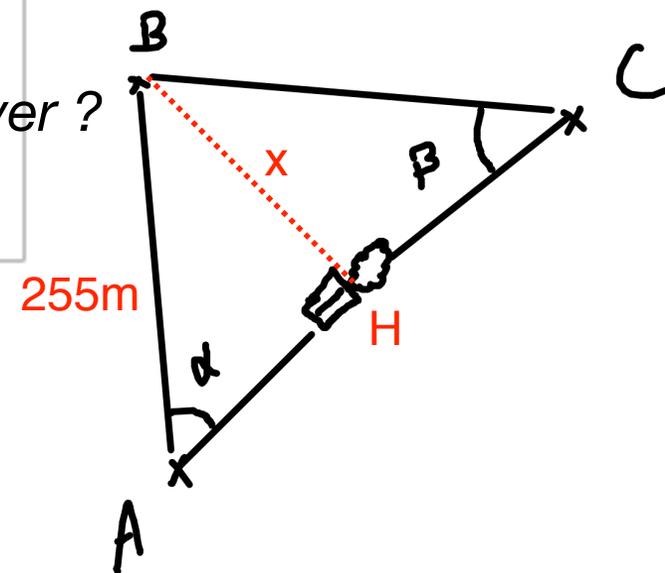
$$x = \sin(32) \cdot 255 = 135,13m$$

$$\cos(32) = \frac{AH}{255}$$

$$AH = \cos(32) \cdot 255 = 216,25m$$

$$\tan(38) = \frac{x}{CH} = \frac{135,13}{CH}$$

$$CH = \frac{135,13}{\tan(38)}$$



## \*EXERCICE 22, *CORRECTION*

On doit percer un tunnel pour une nouvelle autoroute à travers une montagne de 3225 , de haut. A une distance de 2000 m de la base de la montagne, l'angle d'élévation est de  $36^\circ$ . Sur l'autre face, l'angle d'élévation à une distance de 1500 m de la base est de  $60^\circ$ .

*Calcule la longueur du tunnel*

# \*EXERCICE 22, CORRECTION

On doit percer un tunnel pour une nouvelle autoroute à travers une montagne de 3225 m de haut. A une distance de 2000 m de la base de la montagne, l'angle d'élévation est de  $36^\circ$ . Sur l'autre face, l'angle d'élévation à une distance de 1500 m de la base est de  $60^\circ$ .

*Calcule la longueur du tunnel*

